

# Mosaïques d'images



Dyanne Williams

GIF-4105/7105 Photographie Algorithmique  
Jean-François Lalonde

Merci à A. Efros, R. Szeliski et S. Seitz!

# Pourquoi les mosaïques?

- Qu'est-ce qu'on voit?
  - CdV d'une caméra standard =  $50 \times 35^\circ$



# Pourquoi les mosaïques?

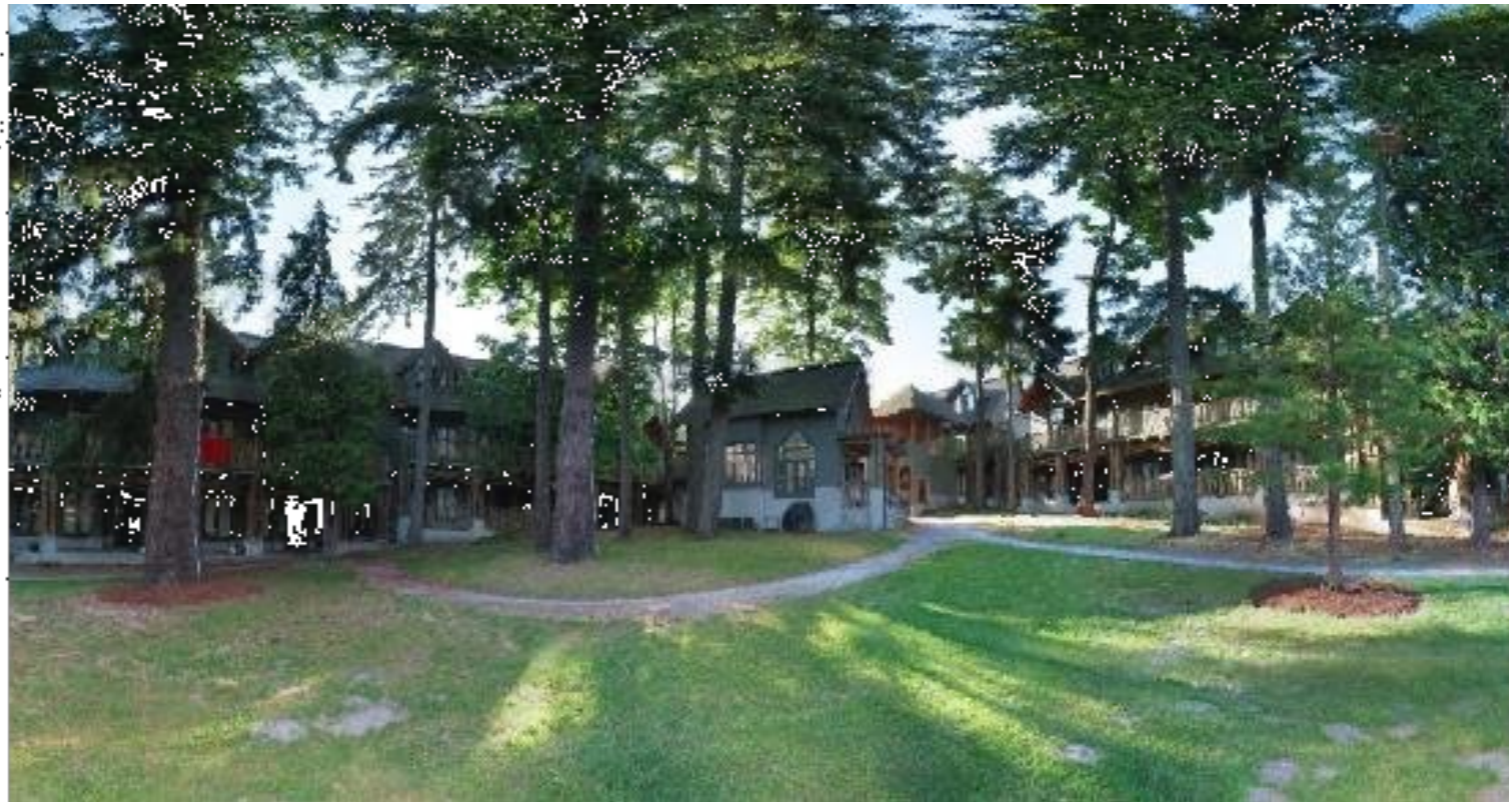
- Qu'est-ce qu'on voit?
  - CdV standard =  $50 \times 35^\circ$
  - CdV d'un humain =  $190 \times 135^\circ$

95° vers l'extérieur  
(+ 45° avec rotation)

---

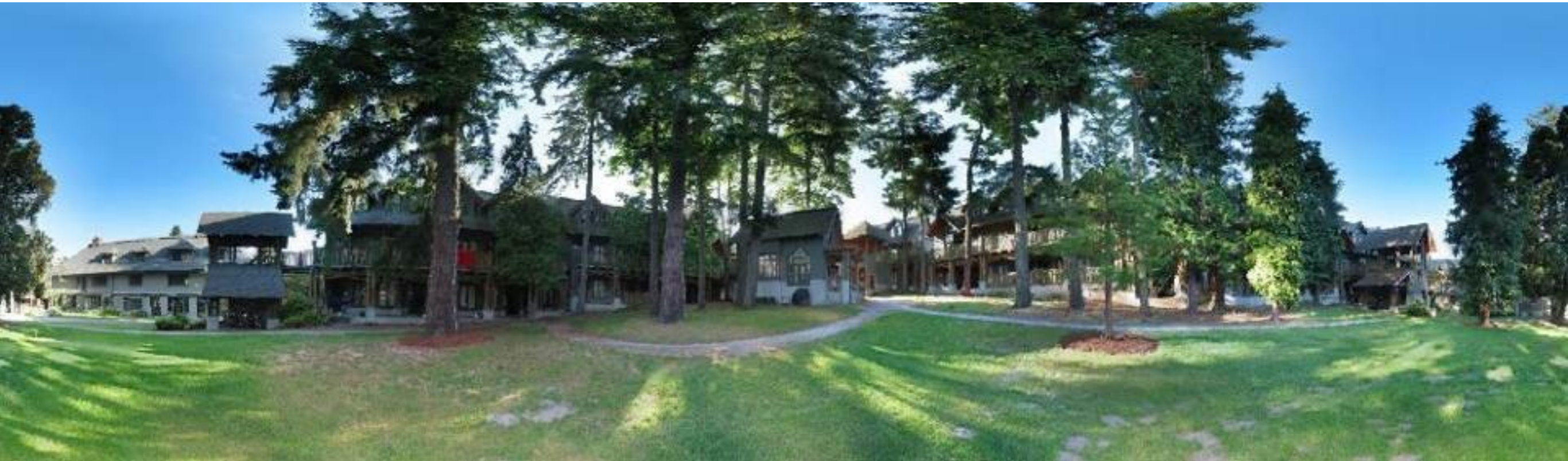
190° (~280° avec rotation)

(selon wikipedia)



# Pourquoi les mosaïques?

- Qu'est-ce qu'on voit?
  - CdV standard =  $50 \times 35^\circ$
  - CdV d'un humain =  $200 \times 135^\circ$
  - CdV total =  $360 \times 180^\circ$



# Mosaïque: fusionner les images



caméra virtuelle à large champ de vue



# Mosaïque naïve



gauche par-dessus

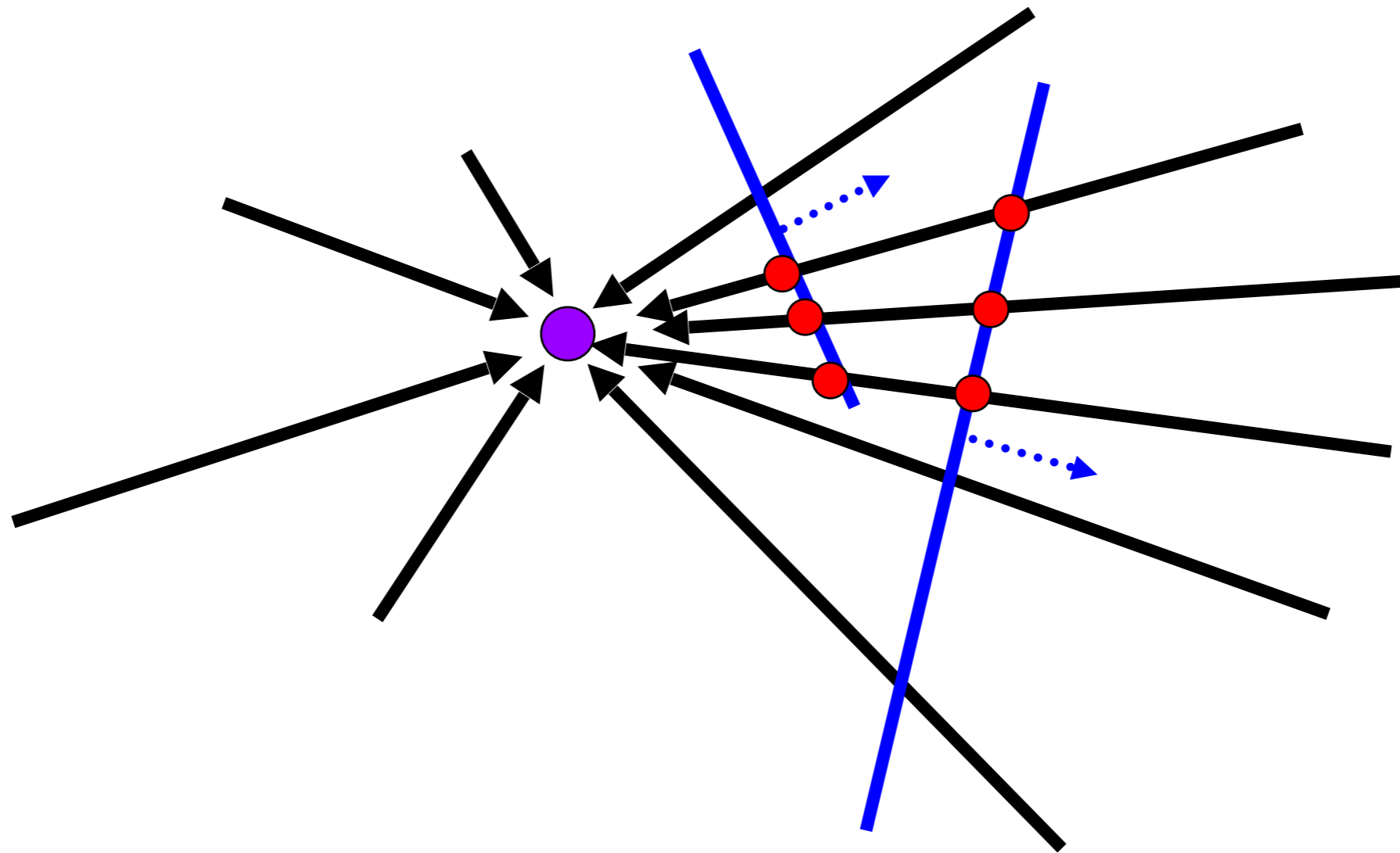
droite par-dessus



Translations insuffisantes pour aligner les images!



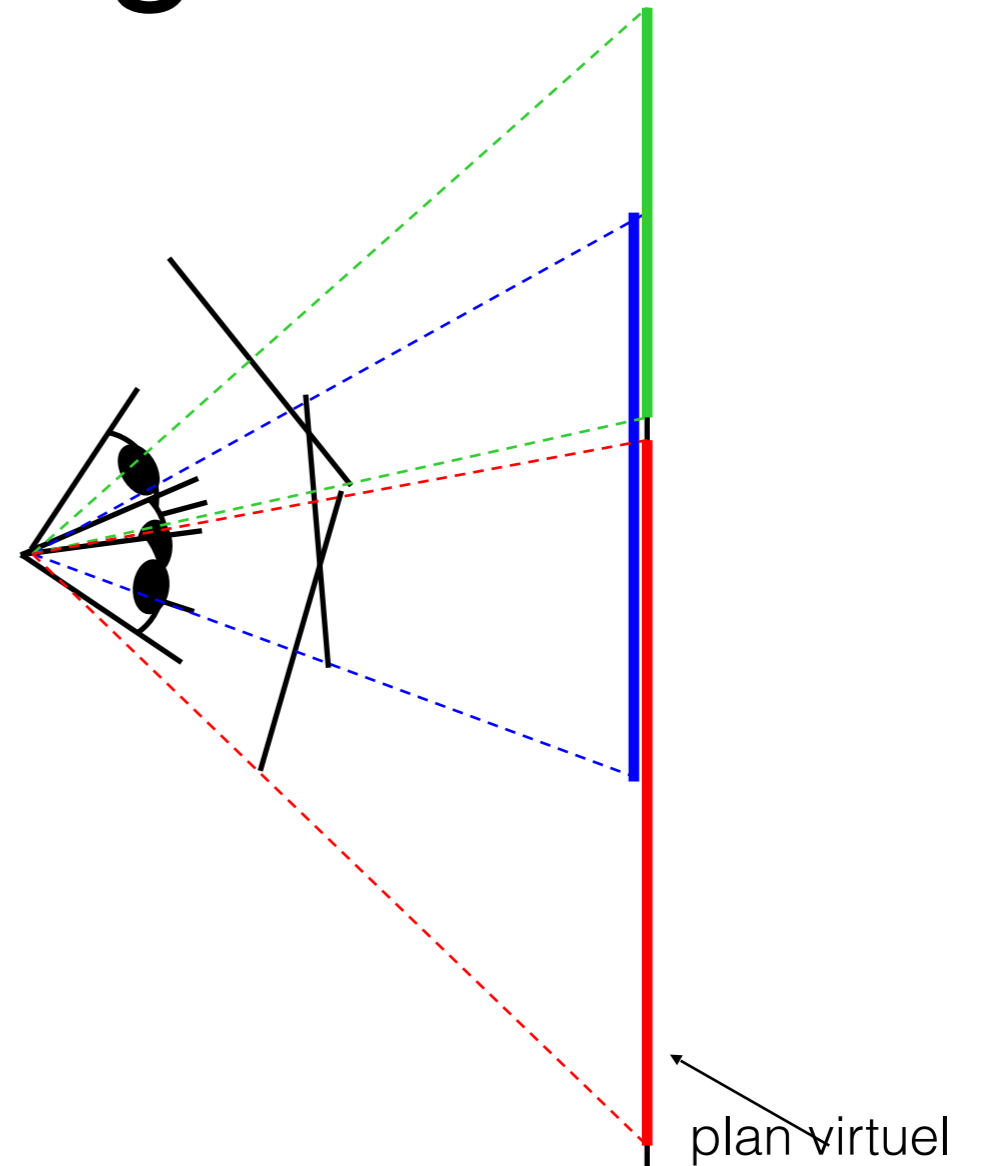
# Un pinceau de rayons capture toutes les vues



Nous pouvons générer n'importe quelle caméra synthétique (tant que le centre de projection soit le même)

# Re-projection d'images

- Interprétation en 3D:
  - Les images sont re-projetées sur un plan virtuel
  - Une mosaïque: caméra virtuelle à large champ de vue





# Comment faire?

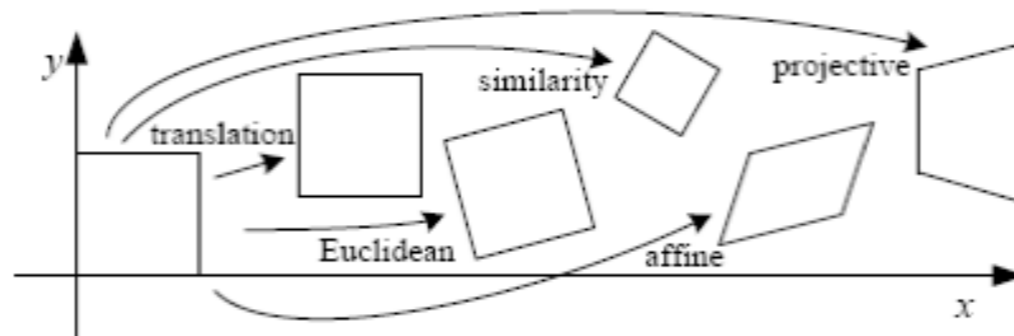
- Algorithme de base:
  - Prendre une séquence de photos à partir de la même position
    - (garder le même centre de projection)
  - Calculer transformation entre la deuxième image et la première
  - Transformer la deuxième image pour l'aligner avec la première
  - Fusionner les deux images
  - Répéter pour toutes les images
- Une seconde...
  - On n'utilise pas la géométrie 3D de la scène??

# Géométrie de la scène?

- Au tableau

# De retour à la transformation d'images

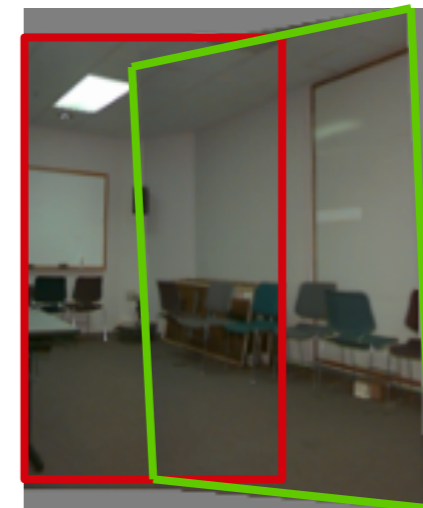
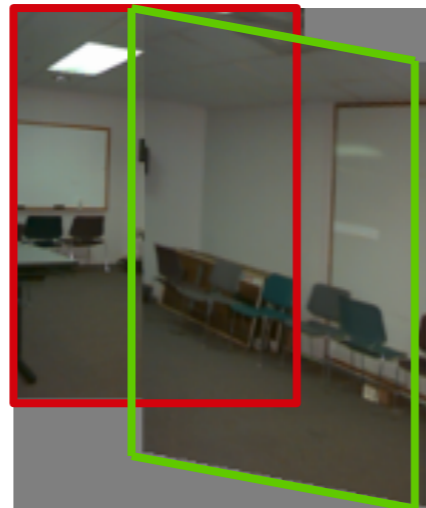
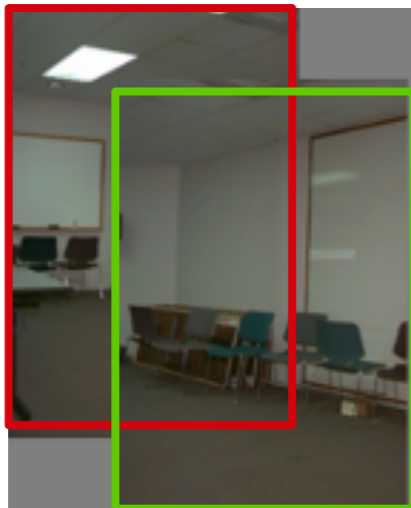
Quelle est la bonne transformation?  
translation, affine, projective?



Translation

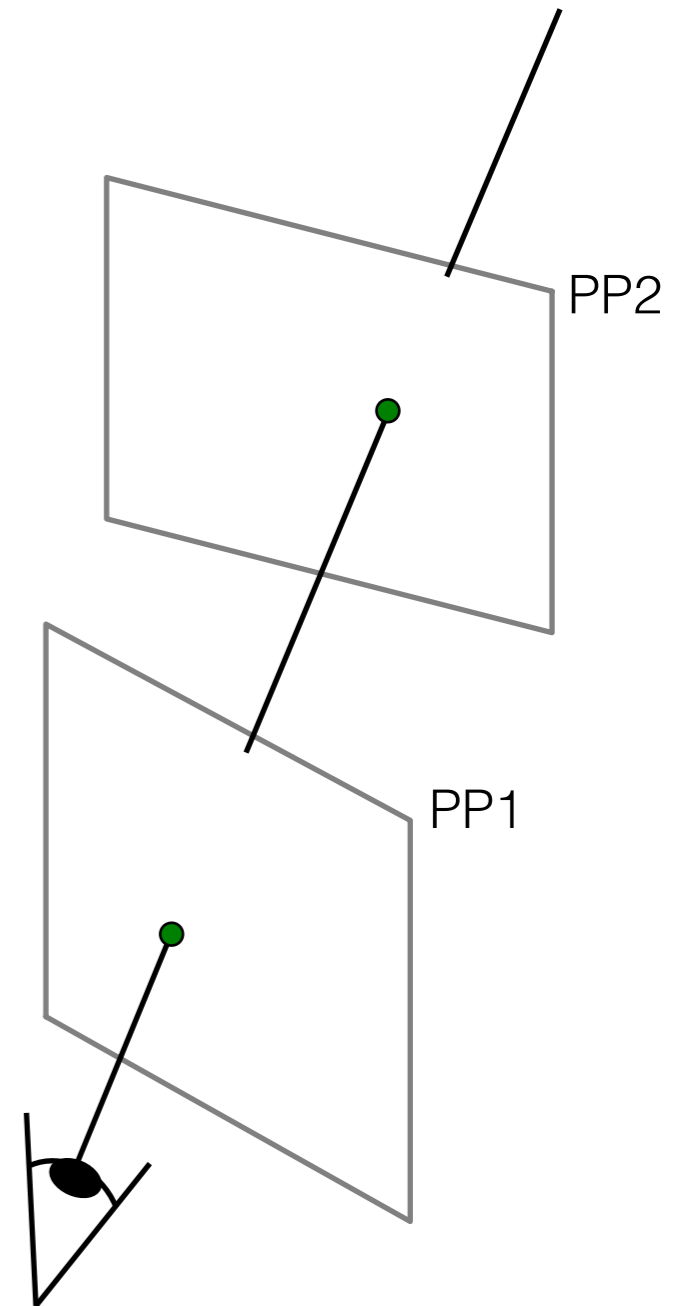
Affine

Perspective



# Homographies

- Réponse: Projective!
  - Transformation entre deux caméras ayant le même centre de projection
  - transformation entre deux plans (quadrilatères)
  - on perd le parallélisme
  - mais les droites sont préservées

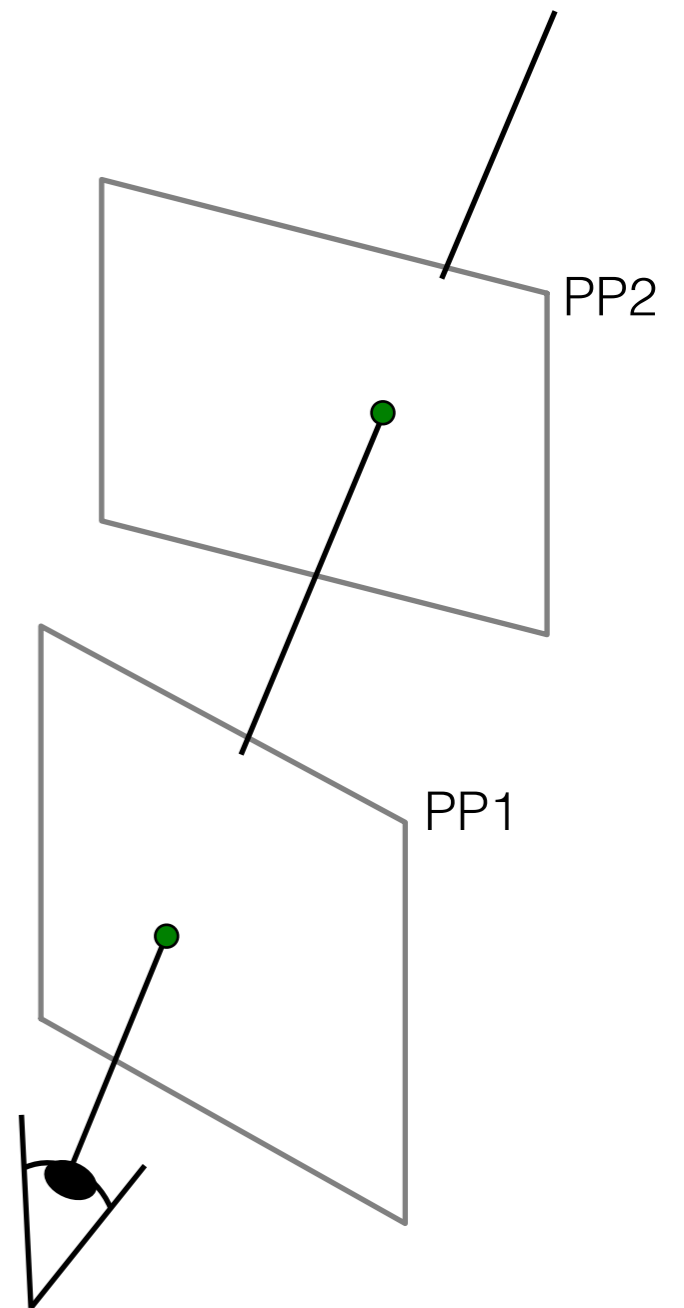


# Homographies

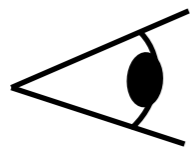
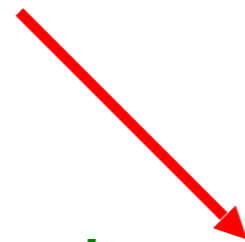
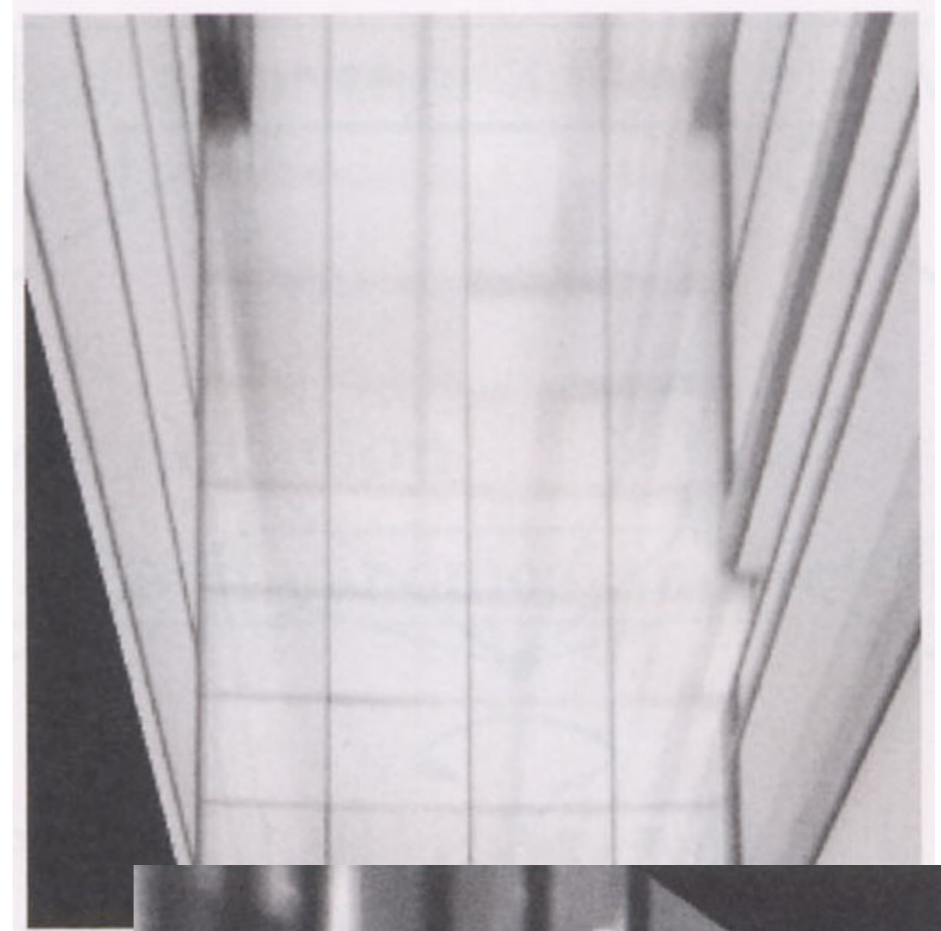
$$\begin{bmatrix} wx' \\ wy' \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$p' = \mathbf{H}p$$

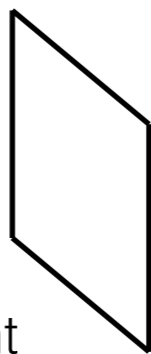
- Pour appliquer une homographie H
  - Calculer  $p' = Hp$  (en coordonnées homogènes)
  - Convertir  $p'$  en coordonnées dans l'image



# Homographies

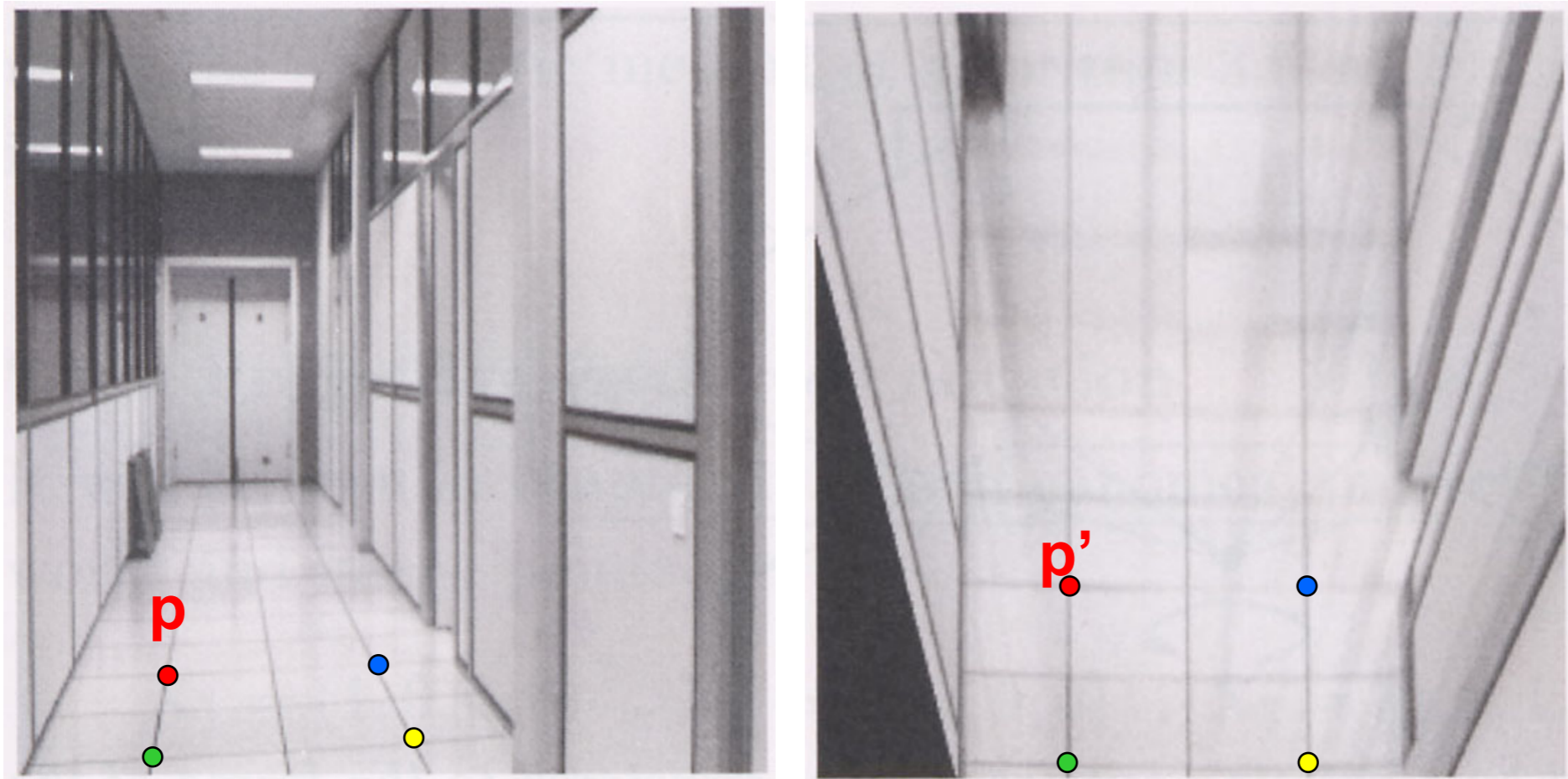


plan de l'image en avant



plan de l'image en dessous

# Rectification d'images



- Calculer l'homographie  $H$  entre  $p$  et  $p'$ 
  - Combien de correspondances?
- Transformer l'image selon  $H$ 
  - En pratique, partir de l'image de destination, et appliquer  $\text{inv}(H)$
- Comment trouver  $H$ ?

# Systeme d'équations linéaires

- Prenons des paires de points  $(x_1, x_1')$ ,  $(x_2, x_2')$ ,  $(x_3, x_3')$ , etc.
  - par exemple: grandeur vs poids
- Nous voulons prédire les  $x'$  en fonction des  $x$  avec une formule compacte (une ligne):  $ax + b = x'$
- Nous voulons déterminer  $a$  et  $b$
- Combien de paires  $(x, x')$  avons-nous besoin?

$$\begin{array}{l} ax_1 + b = x'_1 \\ ax_2 + b = x'_2 \end{array} \quad \begin{bmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{bmatrix}$$



# Moindres carrés — exemple

- Que faire s'il y a du bruit dans les données?
  - Plus de correspondances (système sur-contraint)
  - Trouver  $a$  et  $b$  qui minimisent la somme des erreurs au carré
- '\ ' dans matlab
  - minimise la somme des erreurs au carré si le système est sur-contraint (plus d'équations qu'il y a d'inconnues)

$$\begin{bmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ \vdots \\ x'_n \end{bmatrix} \quad \min \|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}\|^2$$

# Revenons à nos homographies...

$$\begin{bmatrix} wx' \\ wy' \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Facteur d'échelle,  $i=1$ 
  - 8 inconnues, donc 8 équations sont nécessaires
- Écrire système d'équations linéaires  $Ah = \mathbf{0}$ 
  - Résoudre pour trouver  $h$
- Si on a plus que 4 correspondances
  - Minimiser la somme des différences au carré
- Dans les deux cas, ' $\backslash$ ' est votre ami
  - Voir "help lmdivide" dans Matlab

# Systeme d'équations linéaires

- Tableau...

# On s'amuse avec les homographies

Image originale



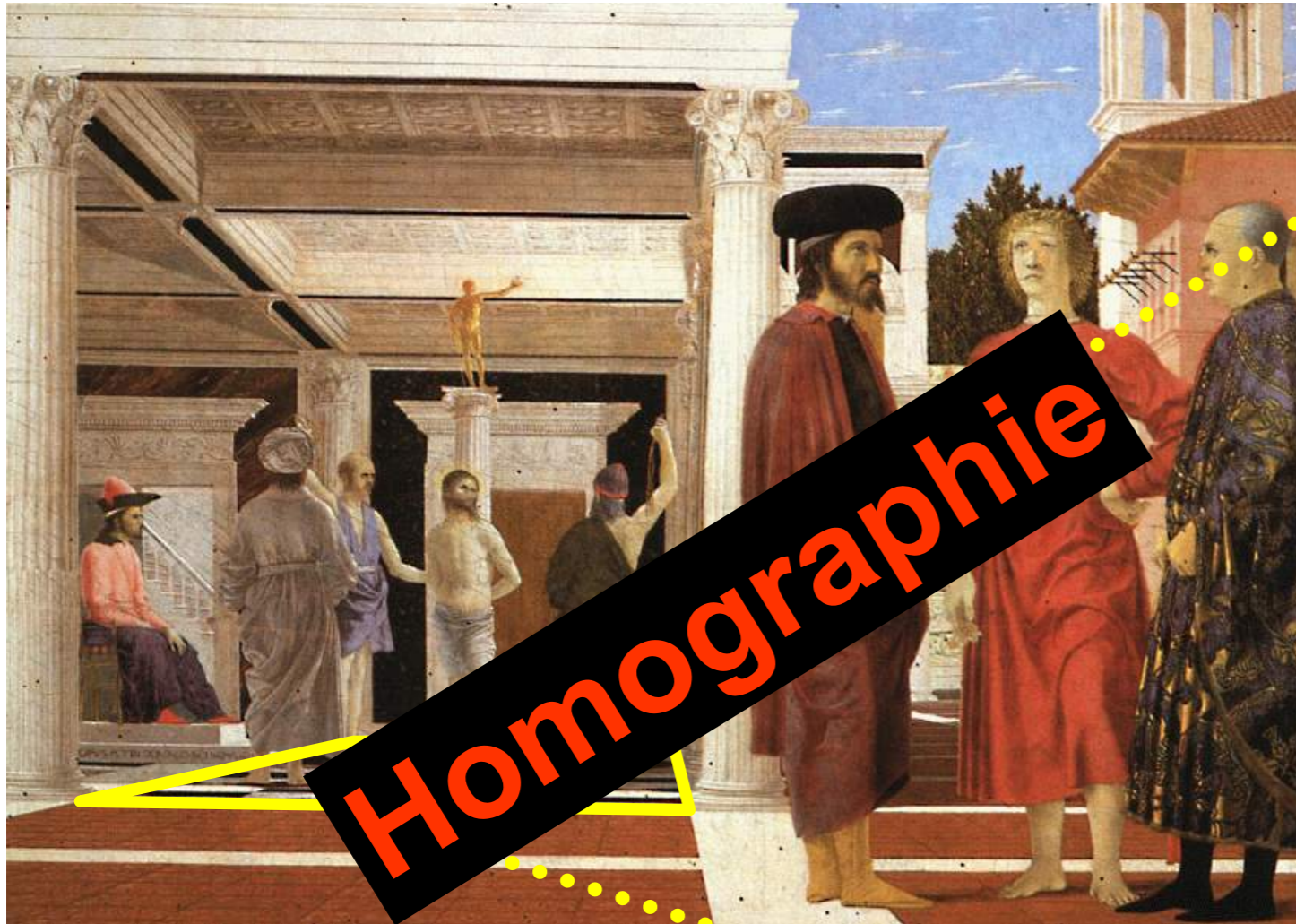
Caméra virtuelles

St.Petersburg  
photo: A. Tikhonov



# Analyse d'oeuvres d'art

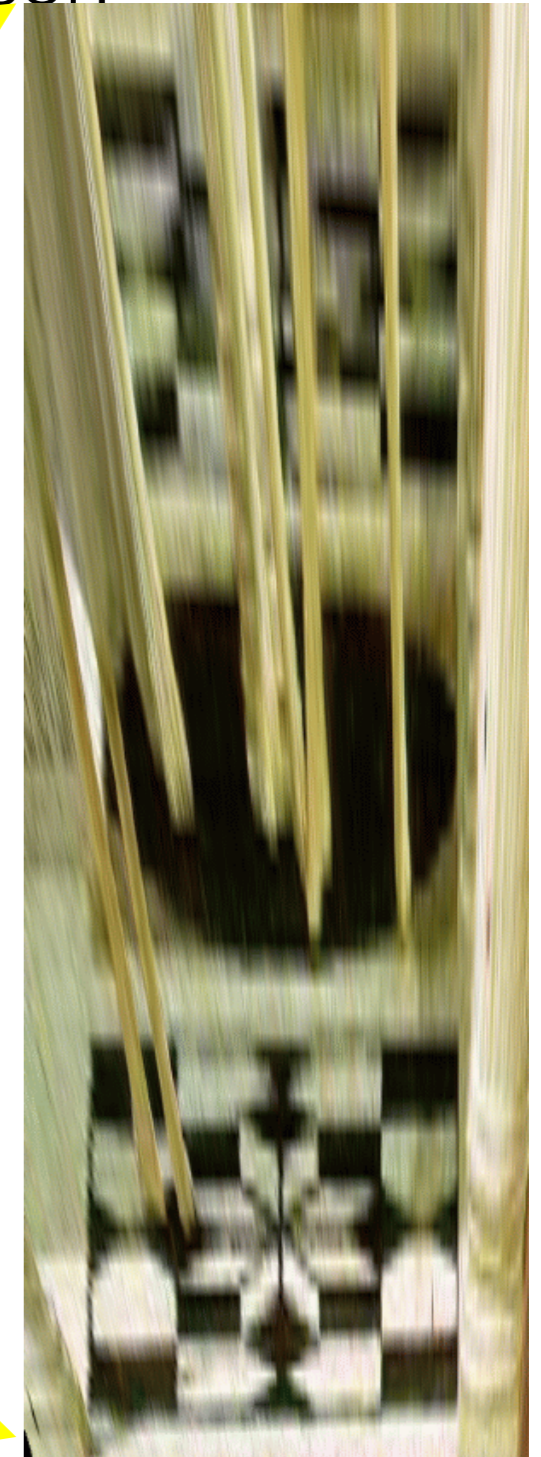
Quelle est la forme du carrelage sur le sol?



**Homographie**



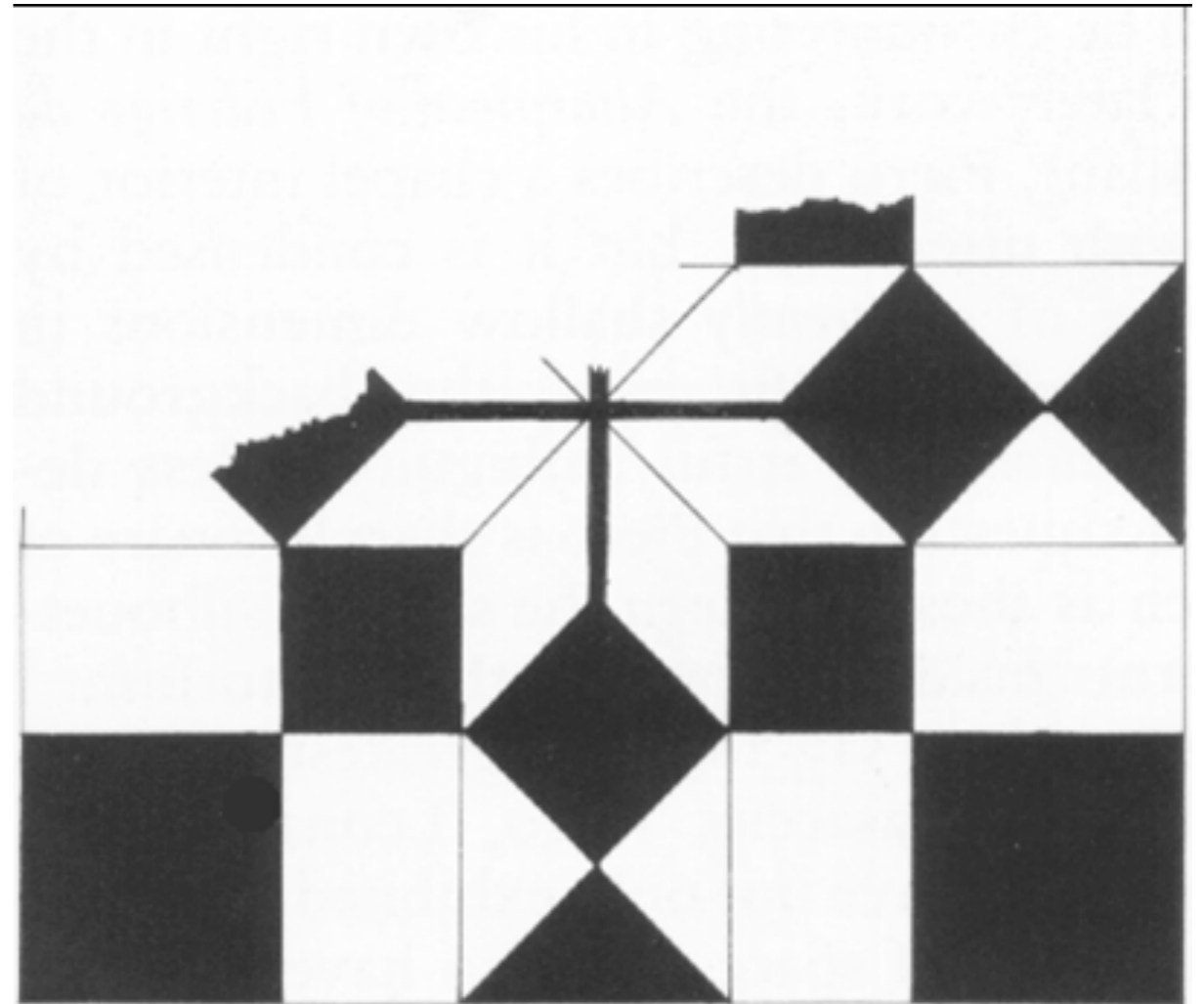
Version agrandie



Version rectifiée

# Analyse d'oeuvres d'art

Rectification automatique



de: Martin Kemp, "The Science of Art"  
(reconstruction manuelle)

une deuxième forme est découverte!

# Analyse d'oeuvres d'art

Quelle est la forme du carrelage?



St. Lucy Altarpiece, D. Veneziano

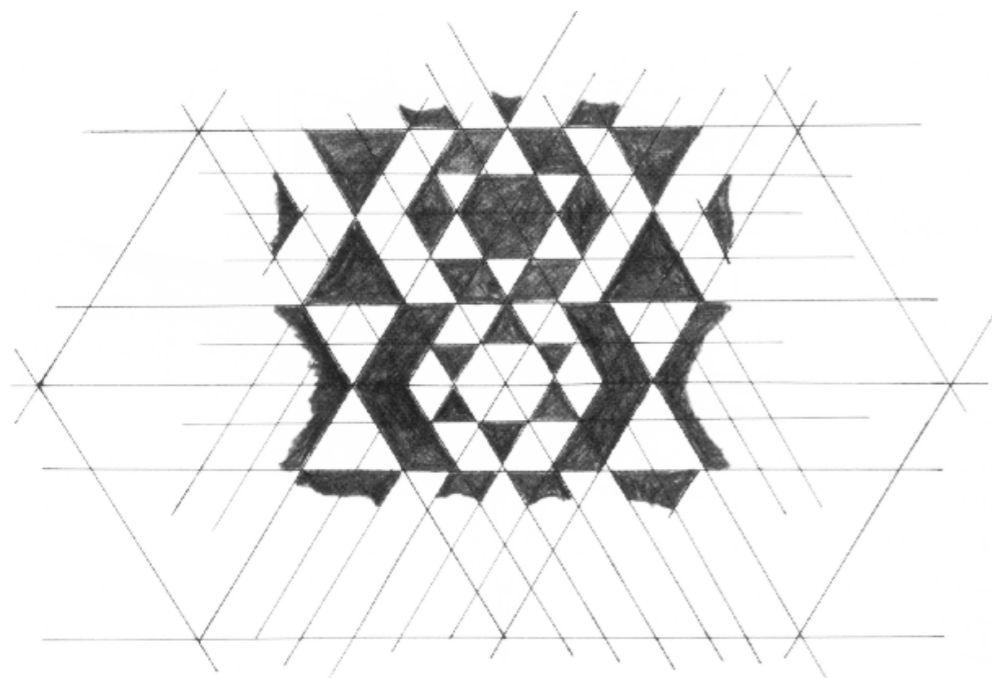


Image rectifiée

# Analyse d'oeuvres d'art



Automatique



Martin Kemp, The Science of Art  
(reconstruction manuelle)



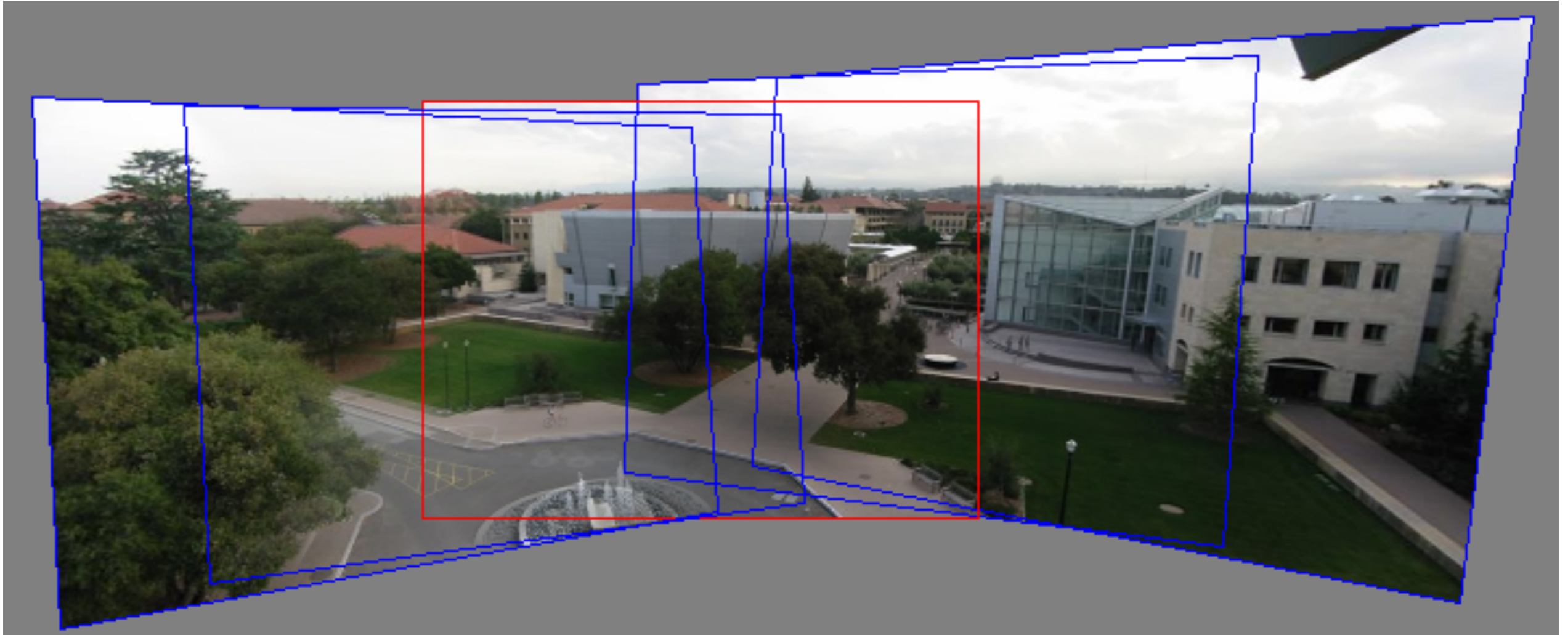
# Julian Beever: Homographies manuelles



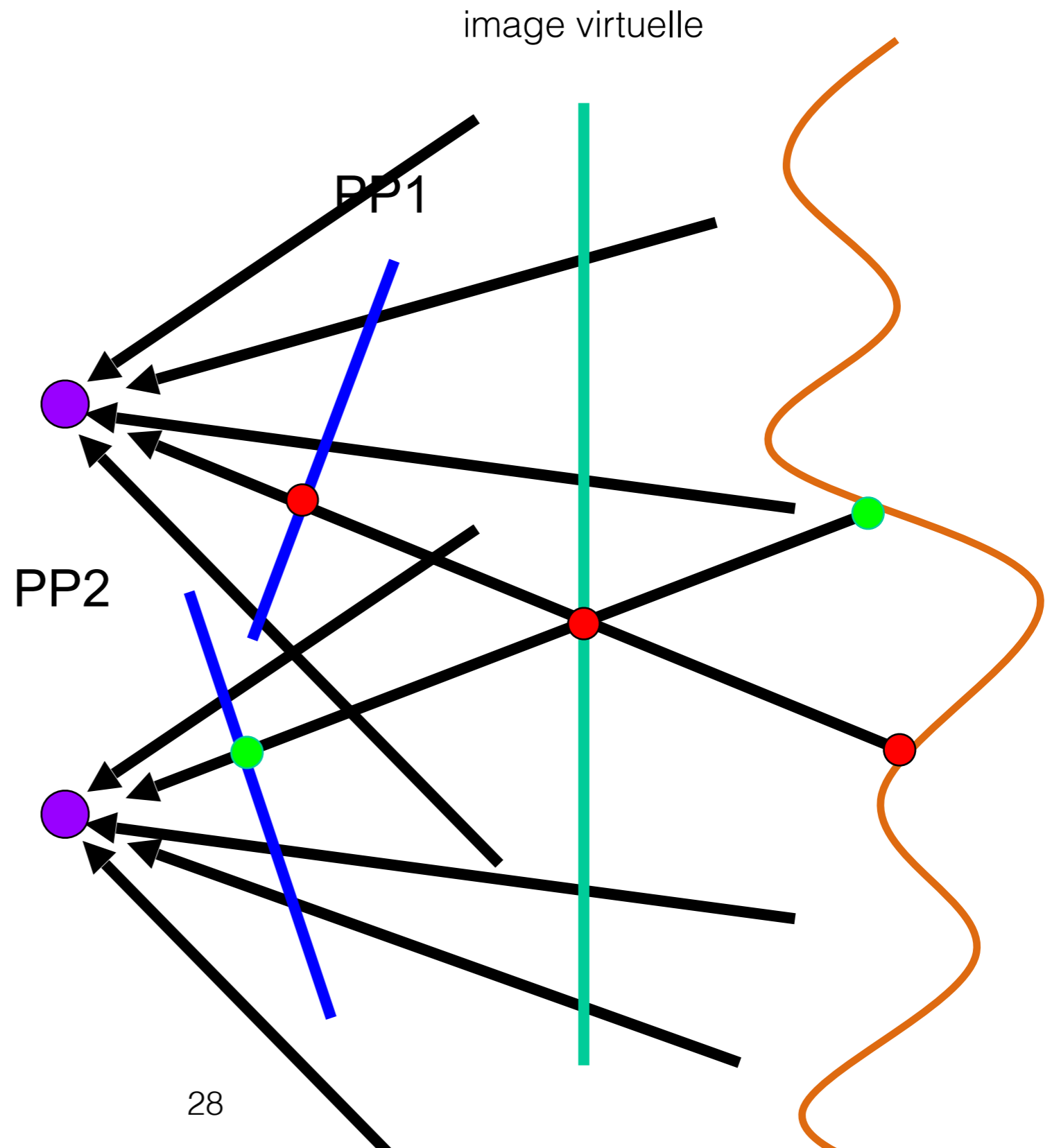
# Holbein, The Ambassadors



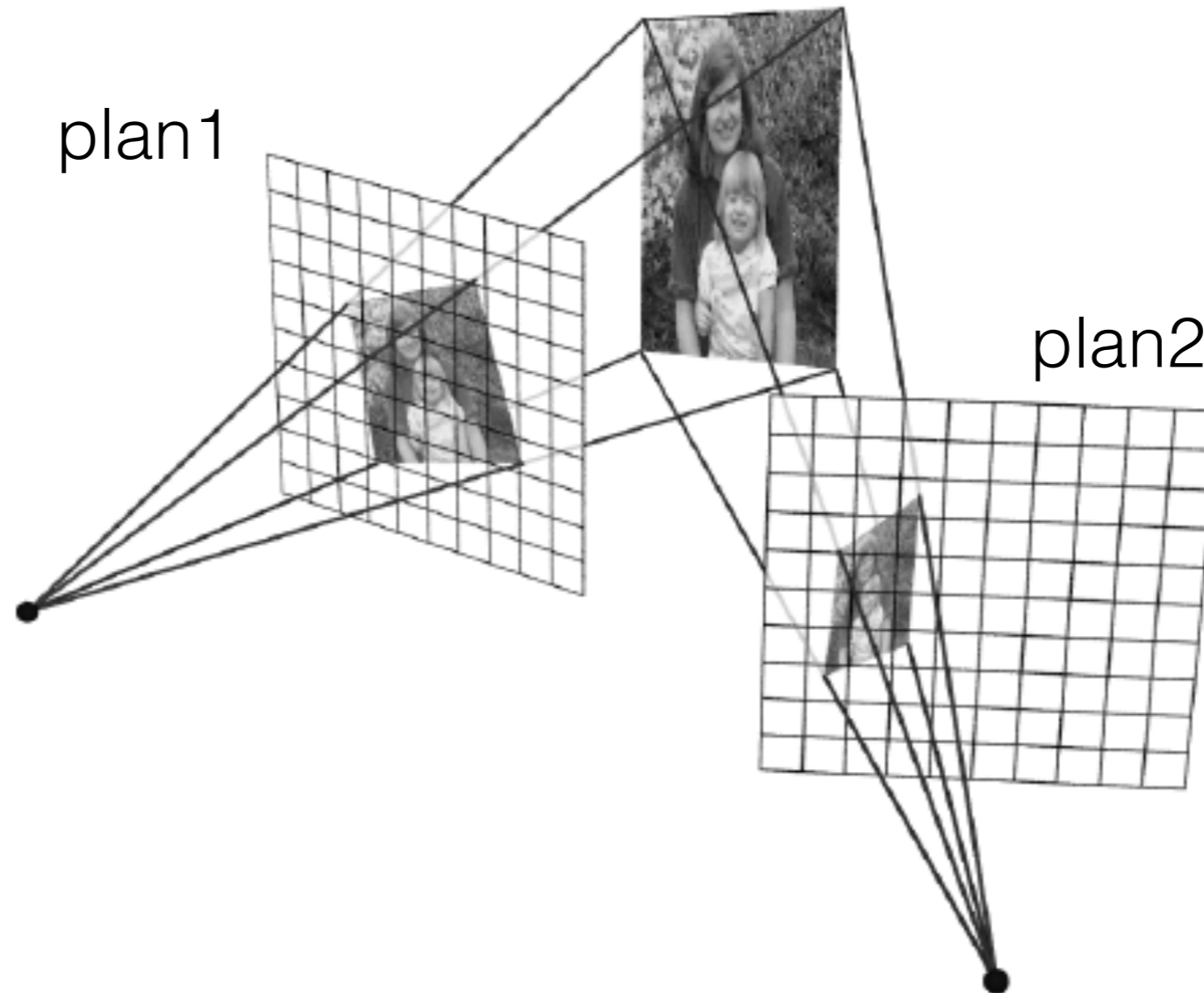
# Panoramas



# Modifions le centre de projection



# Scène planaire (ou lointaine)



# Mosaïque planaire

